



HSC Research Report

HSC/04/01

**Finding the optimal
exercise time for
American warrants on
WIG20 futures**
*(Wyznaczanie optymalnego
momentu wykonania
warrantów amerykańskich na
kontrakty futures na indeks
WIG20)*

Bartosz Stawiarski**

* Institute of Mathematics, Wrocław University of
Technology, Poland

Hugo Steinhaus Center
Wrocław University of Technology
Wyb. Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław, Poland
<http://www.im.pwr.wroc.pl/~hugo/>

Wyznaczanie optymalnego momentu wykonania warrantów amerykańskich na kontrakty futures na indeks WIG20

Problematyka artykułu dotyczy oszacowania optymalnego czasu przedterminowego wykonania warrantów amerykańskich wystawionych na najszybciej gasnącą serię kontraktów terminowych na indeks WIG20. W obliczeniach wykorzystano jeden z niedawno opublikowanych w literaturze światowej algorytmów numerycznych typu Monte Carlo, bazujący na technice programowania dynamicznego. Dwuletnia obecność na Gieldzie Papierów Wartościowych warrantów podlegających wykonaniu w dowolnym dniu przed wygaśnięciem umożliwiła zbadanie pod kątem optymalnego stopowania najbardziej płynnych, wygasłych serii będących mocno w cenie przez większość swoich notowań. Badaniom poddano okresy z silnymi trendami rynkowymi, kiedy to można z wielokrotnie zainwestowaną premię. Maksymalną stratą jest wartość tejże premii, co jest ważną cechą segmentu opcji i warrantów. Dokonano nie tylko analizy a posteriori finansowych wyników strategii, ale też bieżącej implementacji podczas rzeczywistej gry. Wykazano, że w większości przypadków dynamiczna strategia bezpośrednio przekłada się na wzrost wartości portfela. Celem zagwarantowania wymaganej na pewnym etapie pracy stacjonarności (w szerszym sensie) rozważanych finansowych szeregów czasowych wyodrębniono i usunięto z nich trendy wielomianowe oraz sezonowe. Obliczenia i symulacje Monte Carlo wykonano w środowisku MATLAB6.

Wstęp

W dniu 24 września 2001 roku na Gieldzie Papierów Wartościowych w Warszawie miał miejsce debiut warrantów amerykańskich, wyemitowanych przez Beskidzki Dom Maklerski. Za instrument bazowy przyjęto najszybciej wygasającą, a więc najpłynniejszą serię kontraktów terminowych oznaczonych symbolem FW20Z1. Możliwość wcześniejszego przedstawienia do rozliczenia (wykonania) tych nowych praw pochodnych – o ile posiadają wartość wewnętrzną – stanowi ich główną przewagę nad mającymi dość długi staż warrantami europejskimi. Ta dodatkowa charakterystyka powoduje, że warranty amerykańskie znacznie trudniej jest wycenić niż europejskie, gdyż klasyczny wzór Blacka-Scholesa nie może tu być zastosowany¹. Zagadnienie wyceny na chwilę zerową postawione jest tutaj jako problem optymalnego stopowania :

$$\Phi_0 = \sup_{\tau} E^Q \left\{ e^{-r\tau} L_{\tau}(\{X_t : t \in (0, \tau]\}) \right\}, \quad (1)$$

przy czym supremum bierze się po wszystkich możliwych czasach zatrzymania $0 < \tau \leq T$, gdzie czas T jest czasem wygaśnięcia warrantu. Pozostałe oznaczenia występujące we wzorze (1) to : funkcja wypłaty $L_t(\cdot)$, równa $\max(X_t - K, 0)$ dla call oraz $\max(K - X_t, 0)$ dla put; Q – równoważna miara martyngałowa dla procesu ceny instrumentu bazowego $\{X_t\}_{t=1}^T$. Odrzucono chwilę $t = 0$ uwzględnianą w literaturze, gdyż strategia realizowana będzie podczas życia warrantu amerykańskiego, który można wykonać po cenie zamknięcia kontraktu futures na danej sesji² (należy pamiętać o mnożniku), stąd indeksowanie czasu liczbami naturalnymi $1, \dots, T$.

Nabywca warrantu wykona go w takim optymalnym czasie $\tau^* \in (0, T]$, dla którego zdyskontowany profil wypłaty osiągnie wartość maksymalną. Celem pracy jest oszacowanie tego czasu dla dziewięciu dotychczas najbardziej płynnych serii warrantów.

Obróbka statystyczna finansowych szeregów czasowych

Pod uwagę wzięto dziewięć serii warrantów amerykańskich i kontraktów terminowych jako instrumentów bazowych (tabela nr 1). Wybrane serie warrantów wyróżniły się płynnością na tle innych, poza tym przez większość swoich kwartalnych notowań były w cenie, zatem można było rozważać ich wykonanie przed czasem T . Trzymiesięczny czas życia każdej z serii dostarcza po 60 – 65 kwotowań z zamknięć kolejnych sesji.

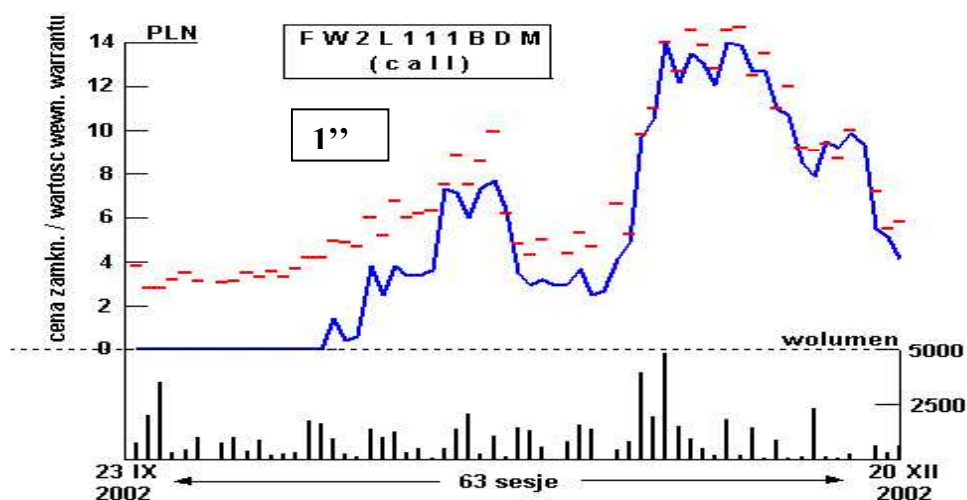
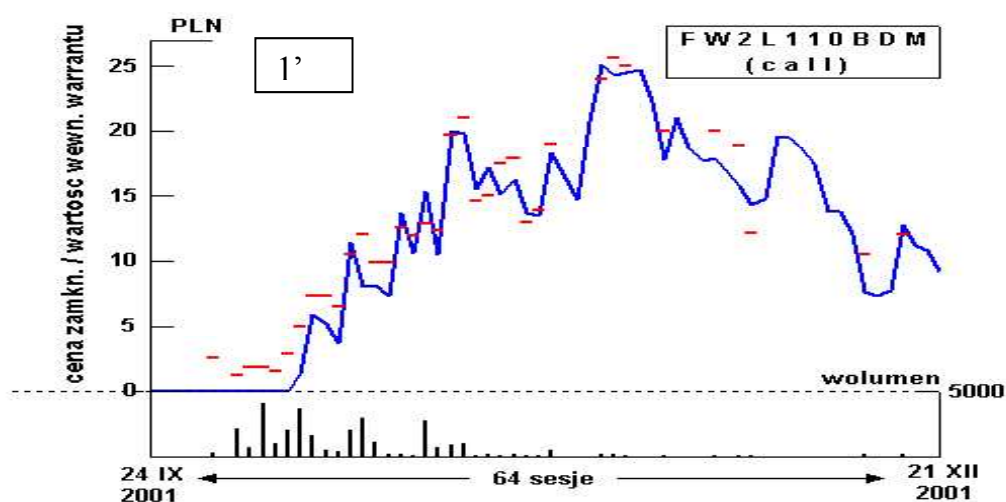
Tabela 1. Wykaz rozważanych instrumentów pochodnych

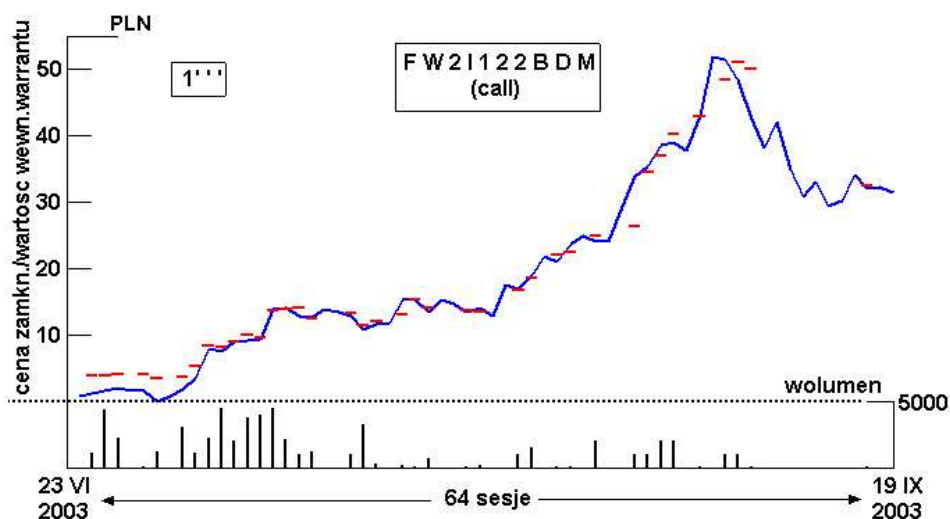
warrant	instrument bazowy	cena wykonania K	dzień wygaśnięcia
FW2L110BDM (call)	FW20Z1	1100	21 XII 2001
FW2R140BDM (put)	FW20M2	1400	21 VI 2002
FW2L111BDM (call)	FW20Z2	1110	20 XII 2002
FW2C123BDM (call)	FW20H3	1230	21 III 2003
FW2O123BDM (put)	FW20H3	1230	21 III 2003
FW2F113BDM (call)	FW20M3	1130	20 VI 2003
FW2I122BDM (call)	FW20U3	1220	19 IX 2003
FW2L160BDM (call)	FW20Z3	1600	19 XII 2003
FW2X160BDM (put)	FW20Z3	1600	19 XII 2003

źródło : opracowanie własne na podstawie danych z Beskidzkiego Domu Maklerskiego S.A.

Z analizy wykluczono serie handlowane podczas dłuższych konsolidacji rynku z uwagi na nikłe możliwości wykazania zysku ze strategii (mylne sygnały oraz niska płynność warrantów). Rysunki 1', 1'', 1''' obrazują przebieg notowań trzech najpłynniejszych i – jak się okazało – najbardziej intratnych serii warrantów z dziennymi wolumenami obrotu. Kwotowania z zamknięć (wykres schodkowy) ukazano na tle wartości wewnętrznych skorygowanych o mnożnik równy 0,1.

Rysunki 1', 1'', 1'''. Notowania i wartości wewnętrzne wybranych warrantów kupna





źródło: opracowanie własne na podstawie danych udostępnionych przez BOŚ S.A. [6]

Pobieżna obserwacja wykresów nasuwa wniosek, że gra zgodna z trendem w połączeniu z optymalnym stopowaniem może dać kilkaset procent zwrotu z inwestycji w warianty amerykańskie. Pozostaje więc uruchomić warsztat matematyczny do obróbki danych rzeczywistych.

Dla każdej serii z osobna wyznaczenie optymalnego czasu zatrzymania τ^* warrantu wymagać będzie wygenerowania pewnej liczby R replikacji procesu ceny $\{X_t\}_{t=1}^T$ instrumentu bazowego. Metoda bootstrapu blokowego, opisana szerzej w pracy W. Härdle'a [3] została stworzona specjalnie dla potrzeb powielania ciągu zmiennych skorelowanych. Replikowany szereg czasowy powinien być stacjonarny w szerszym sensie lub nie wykazywać znacznych odstępstw od stacjonarności. Nie ma tej własności szereg X_t , co można wywnioskować z obserwacji notowań (obecność trendów) lub analizy funkcji autokorelacji czy periodogramu (p. [1]). Dla cen zamknięcia ustalonego kontraktu futures przyjęto zatem następujący model :

$$X_t = m_t + s_t + Z_t, \quad (2)$$

gdzie $t=1, \dots, T$; m_t oraz s_t to odpowiednio trend wielomianowy niskiego stopnia $n > 0$ oraz wiodący trend trygonometryczny względem parametru czasowego t , (w niektórych przypadkach konieczne było uwzględnienie przesunięcia fazowego φ dla lepszej identyfikacji trendu) tzn.

$$m_t = a_n t^n + \dots + a_1 t + a_0 \quad (3)$$

$$s_t = A \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{lub} \quad s_t = A \cdot \cos(\omega t + \varphi) \quad (4)$$

dla niezerowych współczynników $a_0, a_1, \dots, a_n, A, \omega$, minimalizujących błąd średniokwadratowy, natomiast stacjonarny szereg $\{Z_t\}_{t=1}^T$ podlegał będzie replikacji blokowej³. Sekwencyjna optymalizacja średniokwadratowa dała następujące oszacowania dla poszczególnych serii kontraktów futures, widoczne w tabelce nr 2 ($t=1$ jest pierwszym dniem notowań serii; dla wygody poprzednia notacja pozostaje w mocy).

Tabela 2. Identyfikacja trendów wielomianowych i sezonowych w procesach cen instrumentów bazowych

X_t	m_t	s_t	T
FW20Z1(t)	$-0,232t^2 + 18,93t + 909,3$	$24,2\cos(0,481t) + 23,4\cos(0,303t)$	64
FW20M2(t)	$-0,00016t^4 + 0,0182t^3 - 0,628t^2 + 7,198t + 1314,87$	$15,15\cos(0,2782t)$	65
FW20Z2(t)	$3,114t + 1047,17$	$36,05\sin(0,226t + \pi)$	63
FW20H3(t)	$0,0033t^3 - 0,25t^2 + 1,83t + 1202$	$23,74\cos(0,2288t + \pi)$	61
FW20M3(t)	$0,033t^2 - 0,376t + 1131,3$	$10,05\sin(0,3374t + \pi)$	61
FW20U3(t)	$0,183t^2 - 1,365t + 1260,1$ dla $t = 1, \dots, 52$ $1,926t^2 - 234,3t + 8654$ dla $t = 53, \dots, 64$	$38,37\cos(0,1786t + \pi)$	64
FW20Z3(t)	$0,0092t^3 - 0,921t^2 + 24,12t + 1437,4$	$50,04\cos(0,329t + \pi/4)$	64

źródło : opracowanie własne na podstawie danych z Beskidzkiego Domu Maklerskiego S.A.

Proces reszt $\{Z_t\}_{t=1}^T$ otrzymuje się odejmując obustronnie trendy we wzorze (2) dla każdej serii z osobna. Pozwala to stworzyć po R replikacji bootstrapowych notowań futures. Ponowne wyliczenie $\{X_t\}_{t=1}^T$ ze wzoru (2) daje trajektorie

$$X_t^{*k} = m_t + s_t + Z_t^{*k}, \quad (5)$$

$k = 1, \dots, R$ wykorzystywane do późniejszego oszacowania optymalnych czasów zatrzymania τ^* .

Wyznaczanie optymalnego stopowania za pomocą programowania dynamicznego

Algorytm służący do oszacowania czasu τ^* zaproponowany został przez Tilley'a (1993) ([5]), natomiast wygodniejszą jego postać można znaleźć w pracy zbiorowej [4]. Metoda postępowania przyczyniła się do nazwania go *bundling algorithm*⁴. Poniżej przytoczono opis postępowania przy zachowaniu dotychczasowych oznaczeń.

Niech $\delta = e^{-r/252}$ będzie czynnikiem dyskontującym w czasie $[t, t+1]$ dla ustalonej serii kontraktu terminowego (średnio odbywają się 252 sesje w roku). Jako r przyjęto wolną od ryzyka stopę procentową, równą średniej rocznej rentowności 52-tygodniowych bonów skarbowych z przetargów odbytych podczas notowań danej serii warrantów. Dane te dostępne są na stronie internetowej [7].

Replikację szeregu $\{X_t\}_{t=1}^T$ o numerze $k = 1, \dots, R$ reprezentuje ciąg $\{X_1(k), \dots, X_T(k)\}$. Dla każdego t począwszy od chwili $(T-1)$, kiedy istnieje ostatnia możliwość przedterminowego wykonania warrantu należy wykonać opisany poniżej algorytm. Czas 0 uważa się za moment debiutu serii.

I. Uporządkować rosnąco (warrant call) lub malejąco (put), względem ceny w chwili t , R trajektorii instrumentu bazowego, a następnie podzielić je na Q rozłącznych rulonów (*bundles*) zawierających po P elementów ($QP = R$). Na przykład, w pierwszej grupie dla warrantu call będzie P najniższych notowań kontraktu futures w chwili t . Pomocniczo warto oznaczyć $B_t(k)$ jako zbiór trajektorii w rulonie zawierającym k w czasie t .

II. Mając daną cenę wykonania K , policzyć profil wypłaty z warrantu (wartość wewnętrzną), uwzględniając mnożnik :

$$I_t(k) = \begin{cases} \frac{1}{10} \max(X_t(k) - K, 0) \text{ dla call} \\ \frac{1}{10} \max(K - X_t(k), 0) \text{ dla put.} \end{cases}$$

III. Oszacować wartość $H_t(k)$ warrantu wynikającą z możliwego późniejszego jego wykonania (tzw. *holding value*)

$$H_t(k) = \delta P^{-1} \cdot \sum_{j \in B_t(k)} V_{t+1}(j),$$

przyjmując $V_T(k) = I_T(k)$. Wyrażenie $V_t(k)$ dla $t < T$ określono dalej w kroku VII. $H_t(k)$ jest aproksymacją Monte Carlo oczekiwanej ceny warrantu w momencie o jeden późniejszym, zdyskontowanej na chwilę teraźniejszą.

IV. Wyliczyć binarną zmienną pomocniczą

$$w_t(k) = \begin{cases} 1, & I_t(k) > H_t(k) \\ 0, & I_t(k) \leq H_t(k). \end{cases}$$

V. Zbadać ciąg $\{w_t(k)\}_{k=1}^R$ i znaleźć wskaźnik k_t^* początku pierwszego podciągu jedynek, którego długość przekracza długość każdego z następującego po nim podciągu zer⁵. W przypadku samych zer przyjąć $k_t^* = R$. Ten progowy indeks jasno oddziela decyzje dalszego trzymywania od decyzji wykonania.

VI. Określić nową zmienną binarną wskazującą na wykonanie lub trzymanie warrantu :

$$y_t(k) = \begin{cases} 1, k \geq k_t^* - \text{wykonać warrant} \\ 0, k < k_t^* - \text{trzymać warrant.} \end{cases}$$

VII. Ustalić obecną wartość warrantu

$$V_t(k) = \begin{cases} I_t(k), & \text{gdy } y_t(k) = 1 \\ H_t(k), & \text{gdy } y_t(k) = 0. \end{cases}$$

VIII. Cofnąć się o jedną sesję, wstawiając $t = t - 1$ i powrócić do etapu I.

Po wykonaniu programowania dynamicznego dochodzi się do czasu 0. Ostatecznie, dla ustalonej trajektorii k należy określić indyktor optymalnego stopowania

$$\Psi_t(k) = \begin{cases} 1, & \text{gdy } y_t(k) = 1 \text{ i } \forall_{u < t} y_u(k) = 0 \\ 0 & \text{w przeciwnym wypadku.} \end{cases} \quad (6)$$

Dla każdej k -tej realizacji procesu ceny $\{X_t(k)\}_{t=1}^T$ są dwie możliwości, mianowicie warrant nabyty w chwili 0 :

- nie jest przedwcześnie wykonywany , gdy $\forall_{t \in \{1, \dots, T\}} \Psi_t(k) = 0$,
- jest wykonywany w czasie optymalnego stopowania τ_k^* , dla którego

$$\Psi_{\tau_k^*}(k) = 1 \text{ oraz } \Psi_t(k) = 0 \text{ dla } t \neq \tau_k^* . \quad (7)$$

Jako estymator wartości warrantu w chwili jego debiutu, wyrażonej wzorem (1) pozostaje przyjąć oszacowanie Monte Carlo, biorąc średnią arytmetyczną cen uzyskanych dla R replikacji procesu ceny instrumentu bazowego :

$$\hat{\Phi}_0 = \frac{1}{R} \sum_{k=1}^R \delta^{\tau_k^*} \cdot I_t(k) . \quad (8)$$

Jak każdy estymator, również $\hat{\Phi}_0$ obarczony jest pewną niedokładnością, jednak zagadnienie wyceny nie jest istotą tutejszych analiz. Precyzja oceny zależy po pierwsze od jakości metody bootstrap dla szeregów czasowych przy różnych wielkościach bloków; po drugie od stabilności omówionej metody dynamicznego programowania. Szczegółowa dyskusja na temat szybkości zbieżności rozważanych metod znajduje się w literaturze źródłowej ([3], [4], [5]). Dla zainteresowanych lepszym zrozumieniem problematyki wyceny opcji amerykańskich zaleca się lekturę fachowej literatury zawierającej sformułowania zagadnień wyceny w języku tzw. swobodnego brzegu czy nierówności wariacyjnych.

Wyniki obliczeń a posteriori

Zgodnie z poprzednimi deklaracjami, pod uwagę wzięto warrantu wystawione na kontrakty futures wymienione w tabeli nr 1. Po przeprowadzeniu opisanej obróbki statystycznej wygenerowano po $R = 225$ replikacji procesu ceny każdego z instrumentów bazowych. Oczywiście uwzględniono tylko notowania z ostatniego kwartału przed wygaśnięciem, aby uzyskać zgodność na osi czasu z notowaniami warrantów. W dynamicznym programowaniu jednolicie przyjęto $Q = P = 15$, co jest sugerowanym przez autorów algorytmu rozwiązaniem kompromisowym jeżeli chodzi o wpływ poszczególnych etapów obliczeń na wielkość błędów estymacji. Tabela nr 3 przedstawia oszacowane czasy a posteriori optymalnego zatrzymania τ^* dla grupy $R = 225$ trajektorii. Obliczeń dokonano na podstawie całych trajektorii cen, a więc po wygaśnięciu warrantów.

Tabela 3. Optymalne stopowania a posteriori dla warrantów amerykańskich

FW2L110BDM (FW20Z1)		FW2R140BDM (FW20M2)		FW2L111BDM (FW20Z2)	
τ^*	% stopowań	τ^*	% stopowań	τ^*	% stopowań
41	82	T	90	52	56
39	13	36	4	51	34
38	3	9	6	50	8
25	2	---	---	22	2
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX					
FW2C123BDM (FW20H3)		FW2O123BDM (FW20H3)		FW2F113BDM (FW20M3)	
τ^*	% stopowań	τ^*	% stopowań	τ^*	% stopowań
T	35	T	1	T	97
13	63	54	5	13	3
8	2	53	5	---	---
---	---	52	22	---	---
---	---	51	61	---	---
---	---	1	6	---	---
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX					
FW2I122BDM (FW20U3)		FW2L160BDM (FW20Z3)		FW2X160BDM (FW20Z3)	
τ^*	% stopowań	τ^*	% stopowań	τ^*	% stopowań
52	100	19	35	48	67
---	---	18	61	47	28
---	---	17	4	1	5

źródło : opracowanie własne

Dla każdej z badanych serii występuje jeden zdecydowanie dominujący pod względem częstości czas zatrzymania. Należy go przyjąć za oszacowanie optymalnego stopowania ($\tau^* = T$ oznacza brak stopowania, czyli trzymanie warrantów do wygaśnięcia). Zakłada się, że warrant danej serii nabywano po cenie pierwszego transakcyjnego kursu zamknięcia. Algorytm *bundling* dał więc następujące sygnały :

- wykonanie przedterminowe warrantu *call* **FW2L110BDM** po zamknięciu 41. sesji od wprowadzenia go do obrotu;
- trzymanie warrantu *put* **FW2R140BDM** do dnia wygaśnięcia;
- wykonanie przedterminowe warrantu *call* **FW2L111BDM** po zamknięciu sesji nr 52 od dnia wprowadzenia tej serii do obrotu;
- stopniowa likwidacja długiego stelaża : stopowanie *call* **FW2C123BDM** po 13. sesji oraz *put* **FW2O123BDM** po 51. sesji od ich debiutu;
- trzymanie warrantu *call* **FW2F113BDM** aż do wygaśnięcia;
- optymalne zatrzymanie *call* **FW2I122BDM** po 52. sesji tuż po szczycie największej od 4 lat hossy;
- dwuetapowa likwidacja długiego stelaża wystawionego na niedawno wygasły futures FW20Z3: wykonanie po zamknięciu sesji nr 18 warrantu *call* **FW2L160BDM** oraz wykonanie 30 sesji później warrantu *put* **FW2X160BDM**.

Przez wykonanie rozumie się zwykłą sprzedaż warrantu po cenie zamknięcia w dniu transakcyjnym wyznaczonym do stopowania. Gdy brak handlu w tym dniu, za cenę wykonania przyjęto wartość wewnętrzną warrantu. Pod warunkiem braku arbitrażu oczywiste jest, że ze względu na wartość czasową cena rynkowa będzie wyższa od wartości wewnętrznej, po której instrument jest rozliczany. Tabela nr 4 zawiera ostateczne podsumowanie łącznie z rachunkiem zysków/strat z inwestycji w hipotetyczne 100 sztuk każdej z badanych serii. Cenami początkowego zakupu w umownej chwili zero były zanotowane kursy transakcyjne. Nie uwzględniono prowizji maklerskich.

Tabela 4. Jednostkowy i ogólny bilans zysków/strat z inwestycji w warianty amerykańskie

warrant	cena zakupu 1 szt.	data zakupu	cena wykonania	data wykonania	Zysk/strata ze 100 szt.
FW2L110BDM	~ 2,50	24 IX 2001	22,30	20 XI 2001	1980 PLN
FW2R140BDM	~ 13,50	19 III 2002	9,30	21 VI 2002	– 420 PLN
FW2L111BDM	3,80	23 IX 2002	13,50	5 XII 2002	970 PLN
FW2C123BDM	3,10	23 XII 2002	4,60	14 I 2003	150 PLN
FW2O123BDM	~ 9,00	23 XII 2002	14,20	7 III 2003	520 PLN
FW2F113BDM	4,70	24 III 2003	12,10	20 VI 2003	740 PLN
FW2I122BDM	~ 3,90	23 VI 2003	48,50	3 IX 2003	4460 PLN
FW2L160BDM	3,80	22 IX 2003	15,00	15 X 2003	1120 PLN
FW2X160BDM	~ 14,50	22 IX 2003	16,00	27 XI 2003	150 PLN

źródło: opracowanie własne

W przypadku warrantów ze znacznikiem ~ w 2. kolumnie nie było kursu transakcyjnego w dniach ich debiutu, zatem dokonano przybliżenia cenami pierwszych transakcji mających miejsce : dla FW2L110BDM na szóstej sesji od debiutu, dla pozostałych serii na 2. lub 3. sesji. Podczas początkowych nietransakcyjnych dni zmienność rynku była mała, zatem należy przypuszczać, że oferty animatora po stronie sprzedaży były podobne cenowo. Inwestycje w warianty call okazały się bardzo trafione. Stało się tak, gdyż w chwili debiutu serie FW2L110BDM, FW2L111BDM nie miały wartości wewnętrznej (*out-of-the-money*), później natomiast następował silny wzrost notowań indeksu WIG20 a więc też FW20Z1, FW20Z2. Pociągnęło to za sobą nagły wzrost wskaźnika delta. Najbardziej zyskowny warrant FW2I122BDM dał ponad 1000% stopę zwrotu z inwestycji. Był on nisko wyceniony w chwili debiutu z uwagi na niewielką historyczną zmienność σ rynku wiosną 2003. Warrant put FW2R140BDM wydawał się być za drogo wyceniony w chwili debiutu i straty z niego byłyby przypuszczalnie większe gdyby nie spadek notowań FW20M2 na dwa tygodnie przed wygaśnięciem. Dwa razy – na seriach H3 i Z3 udało się zbudować tzw. długi stelaż, który również dał zysk.

Powtórzone kilkakrotnie symulacje dla różnych replikacji bootstrapowych dowiodły, że algorytm pozostaje stabilny. Optymalne czasy wykonania nie podlegają wahaniom, w porównaniu do danych z tabeli nr 3 zmieniają się jedynie nieznacznie ilości wskazań poszczególnych czasów zatrzymania.

Faktyczny bilans strategii w bieżącym handlu

Powyższe obliczenia wraz z poruszającymi wyobraźnię zyskami wydają się mieć ograniczoną wiarygodność. Istotnie, sceptycy mogą zakwestionować przydatność pokazanych technik, argumentując, że wyliczeń dokonano a posteriori, znając całą historię procesów cen warrantów. Kilkusetprocentowe zyski przedstawione w tabeli 4 jawią się jako hipotetyczne. Jednakże dynamiczny, adaptacyjny charakter algorytmu sugeruje jego konstruktywne zastosowanie na sesjach poprzedzających wygaśnięcie. Pozwala to na realne zatrzymanie w portfelu zysków ze strategii. Dlatego kładąc nacisk na praktyczny, finansowy aspekt zagadnienia optymalnego stopowania, wykonano opisane wyżej procedury dla zbiorów obciętych, tzn. tak jakby warianty jeszcze nie wygasły. Rozważono trzy dość intensywnie handlowane serie, umożliwiające względnie płynne zamknięcie inwestycji : FW2L111BDM, FW2I122BDM, FW2X160BDM. Badania mają na celu sprawdzenie, w jakim stopniu widoczne w tabeli 4 „zyski” możliwe są do osiągnięcia w praktyce. Idea polega na obcinaniu zbiorów danych tuż przed / za optymalnymi czasami wykonania τ^* równymi odpowiednio : 52, 52, 48 (por. tabela 3). Następnie dla takich szeregów poszukiwane są sygnały optymalnego stopowania. Przeważnie nie da się uniknąć poślizgu czasowego, np. jeśli dla FW2L111BDM uciętego na 54. obserwacji zaistnieje sygnał wykonania $\tau^* = 49$, to faktycznie warrant zostanie wykonany w chwili $\tau^{**} = 54$. Zbiorcze wyniki zawiera tabela 5 z bilansem inwestycji w 100 sztuk poszczególnych serii.

Tabela 5. Bundling algorithm sesja po sesji

seria	data obcięcia	długość szeregu	sygnał stopowania	τ^{**}	bilans transakcji
FW2L111BDM	4 XII 2002	51	brak	53	720 PLN
	5 XII 2002	52	brak		
	6 XII 2002	53	$\tau^* = 50$ (85%)		
FW2I122BDM	2 IX 2003	51	brak	53	3870 PLN
	3 IX 2003	52	brak		
	4 IX 2003	53	$\tau^* = 52$ (97%)		
	5 IX 2003	54	$\tau^* = 52$ (100%)		

FW2X160BDM	24 XI 2003	45	brak	46	260 PLN
	25 XI 2003	46	$\tau^* = 45$ (76%)		
	26 XI 2003	47	brak (80%)		
	27 XI 2003	48	$\tau^* = 44$ (41%) $\tau^* = 46$ (36%)		
	28 XI 2003	49	$\tau^* = 44$ (66%) $\tau^* = 47$ (28%)		
	1 XII 2003	50	$\tau^* = 47$ (72%)		
	2 XII 2003	51	$\tau^* = 47$ (83%)		

źródło: opracowanie własne

Jak widać, algorytm wskazuje optymalne stopowania na bieżąco, generując pokaźne zyski z inwestycji w warranty amerykańskie. Dla serii FW2X160BDM udało się nawet nieco poprawić wynik z tabeli 4 dzięki sprzedaży papierów po 17,10 zł (o 1,10 zł drożej za sztukę niż poprzednio, por. tab. 3,4). Osiągnięto wynik niewiele gorszy od „idealnego” z tabeli 4 dla warrantów FW2L111BDM, FW2I122BDM, także dla FW2L110BDM. Stratę zanotowano na serii FW2R140BDM. Powyższe badania wykazały więc, że w rynku opcji i warrantów drzemą ogromne możliwości pomnożenia kapitału o ile inwestor wykorzysta siłę trendów i wykaże powściągliwość przed realizacją ledwie kilkuprocentowego zysku gdy brak sygnałów stopowania.

Uwagi końcowe

Pod koniec lat dziewięćdziesiątych powstało dużo prac poświęconych optymalnemu stopowaniu opcji amerykańskich, również egzotycznych. Autorzy publikacji często popierają uzyskane wyniki teoretyczne symulacjami numerycznymi. Przedstawiony w niniejszej pracy algorytm programowania dynamicznego jest tylko jednym z dość wielu ostatnio opracowanych. Należy między innymi wymienić tu metodę sekwencyjnego programowania dynamicznego (Grant, Vora, Weeks 1996), oraz algorytmy „symulowanego drzewa” i „siatki stochastycznej” autorstwa Broadiego, Glassermana (1997, 1998). W Polsce segment warrantów amerykańskich wydaje się stawać coraz płynniejszy, jednak może mu zaszkodzić wprowadzenie podatku od zysków giełdowych z początkiem 2004 r. Należy dodać, że warrantów amerykańskich na instrumenty nie płacące dywidendy nie opłaca się wykonywać przed czasem (por. [2], str.723-724), jednakże kontrakt futures uważa się za instrument płacący dywidendę, co wynika z jego specyfikacji.

Literatura

- [1] Brockwell P. J., Davis R. A. – “*Time Series : Theory and Methods*” (1993), Springer-Verlag, New York
- [2] Elton E. J., Gruber M. J. – „*Nowoczesna teoria portfelowa i analiza papierów wartościowych*” (1998), WIG-Press Warszawa
- [3] Härdle W., Horowitz J. – “*Bootstrap Methods for Time Series*” (2001), Sonderforschungsbereich 373 2001-59, Humboldt Universität Berlin series
- [4] Laprise S. B., Fu M. C. et al. – “*Pricing American Options: A Comparison of Monte Carlo Simulation Approaches*” (1999), Smith Papers Online, University of Maryland, College Park
- [5] Tilley J. – “*Valuing American Options in a Path Simulation Model*” (1993), Transactions of the Society of Actuaries, 45, 83-104.
- [6] Strona internetowa www.bossa.pl
- [7] Strona internetowa www.mf.gov.pl

Przypisy

¹ Warranty w swojej specyfikacji wykazują podobieństwo do opcji, stąd powszechnie stosuje się terminologię charakterystyczną dla rynku opcji. Cenę Blacka-Scholesa opcji europejskiej można uznać za dolne oszacowanie dla ceny opcji typu amerykańskiego.

² We wrześniu 2002 r. BDM wyemitował także warranty amerykańskie na akcje TPSA, PEKAO, PKN. Cenę dziennego rozliczenia stanowi średnia cena akcji bazowej ważona wolumenem obrotu.

³ Dla kontraktu FW20Z1 konieczne okazało się wyodrębnienie dwóch wiodących trendów trygonometrycznych o różnych amplitudach i częstotliwościach, przyjmując $s_t = A_1 \cos(\omega_1 t) + A_2 \cos(\omega_2 t)$, natomiast dla kontraktu FW20Z3 trend m_t składa się z dwóch sklejonych parabol.

⁴ *bundle* [ang.] – zawiniątko, pakunek, rulon

⁵ Przykład : dla ciągu 8-elementowego [0 1 1 1 0 0 1 0] jest $k_t^* = 2$, natomiast dla [1 1 0 1 0 0 1 1] $k_t^* = 7$.

HSC Research Report Series 2004

For a complete list please visit <http://ideas.repec.org/s/wuu/wpaper.html>

- 01 *Finding the optimal exercise time for American warrants on WIG20 futures*
(Wyznaczanie optymalnego momentu wykonania warrantów
amerykańskich na kontrakty futures na indeks WIG20) by Bartosz
Stawiarski